

تبیین چگونگی تأثیر گذاری عناصر شناختی پژوهش فلسفی بر بهبود آموزش حل مسئله ریاضی
زهرا فلاحان^۱، علیرضا محمودنیا^۲، یحیی قاندي^۳، سعید زرغامی^۴

Explanation of influence of the cognitive elements of philosophical research methods to improving the math problem solve training

Zahra Falahan¹, Alireza Mahmudnia², yahya ghaedy³, Saeid Zarghami⁴

چکیده

زمینه: آموزش حل مسئله ریاضی در تحقیقات پیشین مورد توجه بوده است. اما پیرامون تأثیر گذاری عناصر شناختی پژوهش فلسفی بر بهبود آموزش حل مسئله ریاضی شکاف تحقیقاتی وجود دارد. **هدف:** تبیین چگونگی تأثیر گذاری عناصر شناختی پژوهش فلسفی بر بهبود آموزش حل مسئله ریاضی بود. **روش:** پژوهش از نوع کیفی بود. کلیه متون حاوی محتوای پژوهش های فلسفی و همچنین آموزش حل مسئله ریاضی در دو دهه اخیر در داخل و خارج از کشور به عنوان گفتمان ها و علاوه بر آنها متن کتاب های پولیا و شونفیلد به عنوان آثار اصلی و کلیدی آموزش حل مسئله ریاضی مدنظر بوده اند. نمونه گیری به روش حداکثر تنوع جهت برخورداری شدن از همه کدهای قابل استفاده، انجام گرفته است. همه عناصر یافت شده کدگذاری گردیده اند و کدهای حاوی عناصر شناختی استخراج و تحلیل گردیده اند. داده ها با روش تحلیل گفتمان انجام شد. **یافته ها:** روش های پژوهش فلسفی حاوی شروح استفاده از عوامل شناختی هستند. انواع مهارت های تفکر، استدلال های مفهومی، استنتاج، استفاده از مفاهیم انتزاعی، درک و فهم عمیق و روشن مسئله و شروط آن و شرایط پاسخ، بازآرایی و تغییر نحوه قرارگیری شروط و عناصر مسئله از جمله مشترکات روش های پژوهش فلسفی و حل مسئله ریاضی هستند. **نتیجه گیری:** از آنجاکه مهارت های شناختی قابل آموختن و تمرین کردن هستند با آموزش و تمرین آنها می توان روند آموزش حل مسئله ریاضی را بهبود بخشید. پژوهش فلسفی به دلیل استفاده گسترده از انواع استدلال و تحلیل مفاهیم انتزاعی، ظرفیت مناسبی برای استفاده در کلاس درس ریاضی دارد. **واژه کلیدیها:** آموزش حل مسئله ریاضی، پژوهش فلسفی، روش پژوهش فلسفی، مهارت های شناختی

Background: Mathematical problem-solving training has been the focus of previous research. But there is a research gap on the impact of the cognitive elements of philosophical research on improving mathematical problem solving education. **Aims:** To explain how cognitive elements of philosophical research can influence mathematical problem solving education. **Method:** This was a qualitative study. All texts containing the content of philosophical research as well as mathematical problem-solving instruction in the last two decades at home and abroad have been considered as discourses and in addition to the text of Polya and Schoenfield's books as the main and key works of mathematical problem-solving instruction. Sampling was done using the maximum diversity method to obtain all the usable codes. All found elements were coded and codes containing cognitive elements were extracted and analyzed. Data were analyzed using discourse analysis. **Results:** Philosophical research methods include the use of cognitive factors. A variety of thinking skills, conceptual reasoning, inference, use of abstract concepts, deep understanding of the problem and its conditions and response conditions, rearrangement and modification of problem terms and elements are common philosophical and mathematical problem solving methods. **Conclusions:** Since cognitive skills can be learned and practiced, training and practicing them can improve mathematical problem solving training. Philosophical research, because of the widespread use of reasoning and the analysis of abstract concepts, has the potential to be used in the mathematics classroom. **Key Words:** Mathematical problem solving training, philosophical research, philosophical research method, cognitive skill

Corresponding Author: Alirezamahmudnia@yahoo.com

^۱ دانشجوی دکتری فلسفه تعلیم و تربیت، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران

^۱ Ph.D Student in Philosophy of Education, Kharazmi University, Tehran, Iran

^۲ دانشیار، گروه فلسفه تعلیم و تربیت، دانشکده علوم تربیتی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران (نویسنده مسئول)

^۲ Associate Professor, Department of Philosophy of Education, Faculty of Educational Sciences, Kharazmi University, Tehran, Iran (Corresponding Author)

^۳ دانشیار، گروه فلسفه تعلیم و تربیت، دانشکده علوم تربیتی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران

^۳ Associate Professor, Department of Philosophy of Education, Faculty of Educational Sciences, Kharazmi University, Tehran, Iran

^۴ دانشیار، گروه فلسفه تعلیم و تربیت، دانشکده علوم تربیتی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران

^۴ Associate Professor, Department of Philosophy of Education, Faculty of Educational Sciences, Kharazmi University, Tehran, Iran

مقدمه

ریاضی نقش مهمی در زندگی روزمره دارد. از جمله دلایلی که چرا نیاز به مطالعه ریاضی هست می‌توان به این دلایل اشاره کرد. ۱. ریاضی معنایی از تفکر شفاف و منطقی است. ۲. معنایی از حل مسئله‌های زندگی روزمره است. ۳. معنایی از تشخیص الگوهای روابط و تجارب متداول است. ۴. معنایی از توسعه خلاقیت است و دست‌آورد معنایی برای افزایش آگاهی از فرهنگ است. (ارنست، ۲۰۱۰، سواستیکا، ۲۰۱۷، نیکولسکو و پترسکو، ۲۰۱۵). چنین نظری در راستای هدف عمومی یادگیری ریاضیات است که توسط NCTM^۱ نیز به شکل زیر صورت‌بندی شده است: ارتباط ریاضیاتی، استدلال ریاضیاتی، حل مسئله ریاضیاتی، پیوستگی ریاضیاتی، گرایش مثبت به ریاضیات. (هاسیبان، سراگیه و امری، ۲۰۱۹) یادگیری ریاضیات نیازمند مهارت‌های ذهنی مختلفی است که در این میان مهارت حل مسئله اهمیت خاصی در ریاضیات دارد؛ به طوری که تعداد زیادی از مردم آن را مترادف با ریاضی می‌دانند. (جونز، اسوان و پلیت، ۲۰۱۴، مین دونگ و مونگ‌بائو، ۲۰۱۷) طبق نظر فاستر، ویک و اسوان (۲۰۱۴) در سال‌های اخیر بر مهارت حل مسئله تأکید بیشتری شده و در پژوهش‌های متعدد برای بهبود این مهارت الگوهای نیز طراحی شده است. با این وجود حل مسائل ریاضیات برای فراگیران معمولاً دشوار است. (چپمن، ۲۰۰۵؛ گلنپی، ۲۰۱۵) برای حل مسئله نه تنها لازم است فراگیران اطلاعاتی را در ذهن خود بازیابی نمایند بلکه بایستی جواب را به شیوه‌ای نو بنویسند (مصر آبادی و عرفانی، ۱۳۹۴، عثمان، چه یانگ، صالح ابو، ۲۰۱۸، بریانت، ۲۰۰۹، اندرسون و لیکزل، ۲۰۰۷). مسئله^۲ و سؤال^۳ در دو معنای متفاوت. مسئله اگرچه به معنای مشکل و معضل است اما دایره معنایی و دلالتان از مشکلات و معضلات معمول و رایج که عادتاً و بلا تأمل قابل حل‌اند فراتر می‌رود. در این وضع مسئله با معما، مشکل و معضل، مترادف می‌شود. بدون تأمل و تفکر قابل حل نیست. به این ترتیب مسئله نه صرفاً از جنبه عینی بی‌نیاز از تأمل است، نه جنبه ذهنی صرف که فقط در عالم اندیشه ظهور کند. از این نظر مسئله دارای هر دو زمینه ذهنی و عینی است. جنبه عینی مسئله از نسبت علی و بیرونی امور سخن می‌گوید در حالی که سؤال از جنبه ذهنی و دلالتی حکایت می‌کند. (پولیا، ۱۳۹۲) با این وصف، مسئله جایگاه اصطلاحی دارد. مسئله

محصول اصل جاری در طبیعت و اجتماع یعنی تغییر است. اگر طبیعت آدمی و اجتماع در ثبات مطلق قرار داشتند، نه تغییری به وجود می‌آمد و نه مسئله‌ای. تشکیل و بقای هر وضعیت و موجودیت طبیعی و اجتماعی یعنی موجودیت حقیقی و موجودیت اعتباری منوط به وجود درجاتی از تناسب و تعادل میان امور است (منصور بخت، ۱۳۸۷). با وجود طرح موضوع حل مسئله از سوی پولیا که به گفته شونفیلد اولین درخواست جدی برای پرداختن به آموزش حل مسئله بود سال‌ها طول کشید تا به صورت علمی در حوزه آموزش ریاضی به این موضوع پرداخته شود. (ریحانی، احمدی و کرمی زرنندی، ۱۳۸۹) از آن زمان تاکنون محققان تلاش‌های فراوانی انجام دادند تا به موضوع آموزش و یادگیری حل مسئله بپردازند. در یونان اغلب افرادی که در حل مسائل ریاضی فعالیت می‌کردند و ریاضیدان بودند فیلسوف نیز بوده‌اند. اگر به فعالیت‌های افرادی نظیر تالس یا فیثاغورث نظر کنیم، ابداع‌کنندگان بسیاری از روش‌های فنون حل مسائل ریاضی همگی صاحبان روش‌های باستانی حل مسائل فلسفی نیز هستند. روش فلسفی دکارت نیز برای حل مسئله در ریاضی تاریخی و معروف است. کار پولیا که اولین بررسی حل مسئله ریاضی از جنبه فعالیت‌های شناختی بود و هنوز هم معروف‌ترین نمونه موجود است، در ابتدا بر اساس ایده دکارت مبنی بر تبدیل هر مسئله ریاضی به مسئله‌ای جبری شکل گرفته است (اسدی گرمارودی، ۱۳۸۹). این روش شناختی حاوی چهار مرحله فراگیر برای حل کردن همه مسئله‌ها در ریاضیات است. در گام نخست حل‌کنندگان باید مسئله را خوب فهمند. شرایط و خواسته‌های مسئله را بشناسند. بتوانند مسئله را به زبان خود بیان کنند و قسمت‌های مختلف شرط و جواب مسئله را بیان کنند. در گام دوم باید بتوانند برای رسیدن به پاسخ مسئله طرح و برنامه‌ریزی کنند. راه‌حل‌های احتمالی و متفاوت را در صورت وجود حدس بزنند و آنچه برای انجام آن لازم است بسنجند. در گام سوم راه‌حل‌های انتخاب شده و طرح‌ریزی شده را مرحله به مرحله پیش ببرند و با رسیدن به نتیجه خواسته مسئله را عیان سازند. در گام چهارم حل‌کنندگان مسئله باید به بررسی و بازیابی آنچه انجام داده‌اند بپردازند. شباهت‌های مسئله و راه‌حل‌ان با مسائل قبلی را درک کنند و مسائل را باهم مرتبط سازند. اجزای راه حل یا استدلال را دوباره بسنجند تا خطایی در آن رخ ندهد باشد. برگشت پذیری احتمالی روند

3. question

1. National Consul of Mathematics Teachers

2. problem

دیرزمانی نگذشت که تحلیل و فهم بیشتر زبان نیز به دایره اندیشه‌های فلسفه ورزی افزوده شد. در حال حاضر همه رویکردهای روشی ظهور یافته در طی عمر فلسفه در صحنه پژوهش‌های فلسفی حاضرند و به فراخور فعالیت فلسفه ورزشانه مورد استفاده قرار می‌گیرند. هدف از این پژوهش دستیابی به نتایجی روشن و راهنمایی کننده جهت استفاده از مزایای روش‌های فلسفی حل مسئله در آموزش حل مسئله ریاضی است. همان‌گونه که شرح آن نیز رفت تلاش‌هایی برای استفاده از روش‌های فلسفی در حل مسئله ریاضی و آموزش آن صورت گرفته است؛ اما از آنجاکه این کوشش‌ها جدای از هم و بدون بنیادهای نظری و صرفاً در راستای آزمون فرضیه‌های اثرگذاری فعالیت فلسفی بر پیشرفت در ریاضیات و کاربردهای کلی‌تر بوده است، لازم است تا با عمق بیشتری به این تأثیرگذاری پرداخته شود و تا حد امکان فعالیت‌ها در این راستا با شناخت و آگاهانه تدوین گردد. اهمیت موضوع آموزش حل مسئله ریاضی از زوایای مختلفی قابل بررسی است. در کشورهای مختلف تأکید تحقیقات انجام شده در هر کشور با توجه به شرایط و تناسب وضعیت آموزش حل مسئله ریاضی است. در کشور ژاپن تأکید بر سه مسئله در تحقیقات صورت گرفته است: ۱. حل مسئله و فعالیت‌های کلاسی ۲. ارائه مسائل باز پاسخ به دانش‌آموزان

۳. ارزشیابی توانایی حل مسئله دانش‌آموزان. در سنگاپور تأکید تحقیقات انجام شده در این زمینه بر: ۱. ماهیت و روش‌های حل مسئله ۲. رفتار دانش‌آموزان و عملکرد حل مسئله آنها ۳. چگونگی آموزش و ارزیابی حل مسئله است. در ایران اما پراکندگی تحقیقات و فقدان تأکید بر زمینه خاص حل مسئله وجود دارد (شکری، دانایی فرد، خیرگو و فانی، ۱۳۹۷). با وجود تقاضاها و درخواست‌ها برای روی آوردن به رویکردهای آموزش حل مسئله در آموزش ریاضی مدرسه‌ای، انتقال از حقایق و رویه‌های ریاضی به آموزش همراه با تأکید بر فهم و درک ریاضی و مهارت‌های تفکر کند و مشکل بوده است. بسیاری از معلمان مجاب نشده‌اند که شیوه‌های سنتی باید کنار گذاشته شوند. اکثر معلمان هم که مایل به تغییر هستند اطمینان ندارند که چگونه باید این کار را انجام دهند (مکینتاش و جرت، ۲۰۰۰؛ به نقل از زرنندی و دیگران، ۱۳۸۹). رفیع پور و گویا مدعی‌اند که دانش‌آموزان توانایی یا مهارت حل مسئله ریاضی را ندارند، بیشتر دانش‌آموزان از حل مسئله گریزانند و دلیل عمده آن عدم آموزش صحیح است (طاهرزاده بروجنی و ربیعی، ۱۳۹۰). نوری، فیاض، سیف

حل را از پایان به آغاز بررسی کنند. راه‌حل‌های دیگر را که ممکن است به حل منجر شوند بیابند و بررسی کنند. مسیرهای مختلف برای طراحی و اجرای راه‌حل را بررسی کنند. در این مرحله است که حل کنندگان می‌توانند به درک عمیقی برسند که از کجا آغاز کرده‌اند، چگونه مسیر را طی کرده‌اند و چه درس‌هایی در این حل مسئله نهفته بوده که برای مسائل بعدی می‌توان از آن سود برد. این روش جزء اولین گام‌های آموزشگران ریاضی برای ثمر بخش کردن آموزش‌های حل مسئله ریاضی بود. با وجود گذشت زمان و انجام فعالیت‌های پیگیرانه پس از کارهای پولیا پرسش اصلی همچنان محل بحث است (دلای و روحیما، ۲۰۱۸).

ریاضیات و آموزش آن تنها عرصه حل مسئله نیستند. مسائلی وجود دارند که تقریباً برای همه انسان‌ها مطرح می‌شوند و هیچ‌کس نمی‌تواند بدون پرداختن به آنها و یافتن پاسخی برای آنها به زندگی خود نظم و نظام بخشد. این مسائل سه ویژگی مهم دارند: قبل از اینکه برای انسان مطرح شوند وضع زندگی انسان متفاوت است از بعد از مطرح شدن آنها. پیش از اینکه جوابشان پیدا شود وضع زندگی انسان متفاوت است با بعد از پیدا شدن جواب آنها و دیگر اینکه وقتی که جواب الف به آنها داده شود وضع زندگی انسان متفاوت خواهد بود با وقتی که جواب ب به آنها داده شود. این‌گونه مسائل عمدتاً مسائل و سؤالات فلسفی‌اند. اینکه مسائل فلسفی گریزناپذیر چند مسئله یا چند دسته مسئله‌اند مورد وفاق نیست اما می‌توان گفت که برخی از مسائل فلسفی گریزناپذیرند مانند ارزش‌های غایی، علل غایی و معنای زندگی (راسخی، ۱۳۹۱). ویتگنشتاین مسائل فلسفی را نمود سردرگمی ذهنی فیلسوف عنوان می‌کند: (فلسفه چیزی جز مسائل فلسفی نیست، دغدغه‌های فردی خاصی که مسائل فلسفی می‌نامیم) (ویتگنشتاین، ۱۳۸۸). روش‌های فلسفی برای پاسخ‌گویی به مسائل فلسفی با توجه به دوره‌هایی که فلسفه پشت سر گذاشته است متعددند. برخی به سبب زمان پیدایش دیرینه‌تر و برخی جدیدترند اما همه آنها قابلیت استفاده و کاربرد در هرزمانی را دارند (باقری؛ توسلی، سجادی، ۱۳۸۹). ریشه‌های پژوهش فلسفی به سنت‌های فلسفی متفاوت بازمی‌گردد (هینز؛ کندی، وایت، ۱۳۸۹). روش قیاسی از زمان‌های دور به عنوان اولین روش فلسفی شناخته شده مورد استفاده بوده است. در اواخر قرن نوزدهم روش قدیمی فلسفه دچار تحول شد و به تحلیل و شفاف‌سازی مفاهیم روی آورد و از گرایش متافیزیکی به سمت عملیات ذهنی و محتوای اندیشه‌های فلسفی متوجه شد.

مختصری به موضوع مورد مطالعه داشتند یا گاهی فقط به یکی از دو فاکتور در ارتباط با این پژوهش پرداخته بودند. هر کدام که حاوی روایتی جهت روشنگری بیشتر بوده‌اند برگزیده و اسنادی حاوی کلید واژه‌های حل مسئله فلسفی، روش‌های پژوهش فلسفی، آموزش حل مسئله ریاضی بررسی شده‌اند. در تحلیل گفتمان، مجموعه شرایط، زمینه وقوع متن یا نوشتار، رابطه ساختار و واژه‌ها در گزاره‌ای کلی نگریسته می‌شود (یحیایی ایله ای، ۱۳۹۰) در بررسی نمونه گردآوری شده از آنجا که هدف از این پژوهش شفاف سازی تأثیرگذاری عناصر شناختی پژوهش فلسفی در بهبود آموزش حل مسئله ریاضی بوده است به دنبال یافتن سرخ‌های نشانه‌شناسی و موضوعی همه گفتمان‌های موجود کد گذاری گردیده‌اند. کلمات درون متن‌های حاوی اطلاعات شناختی روش پژوهش‌های فلسفی برحسب ملاک‌های ممکن / ناممکن، قطعاً تأثیرگذار / بی‌تأثیر، مشابه و نامشابه، حاضر / غایب در حوزه آموزش حل مسئله ریاضی مورد بررسی قرار گرفته‌اند. فعالیت‌ها و کنش‌های مرتبط در این گفتمان‌ها در این پژوهش مورد اشاره قرار گرفته‌اند و هر فعالیتی که انجامان قابل آموزش یا تمرین بوده است بررسی شده است. ویژگی موقعیت متفاوت فعالیت‌ها در پژوهش فلسفی و آموزش حل مسئله ریاضی مورد توجه بوده است و با توجه به هدف پژوهش که فراهم کردن تبیینی بر اثرگذاری عناصر شناختی بوده تا حد امکان سعی شده است تا تنها موارد قابل استفاده و اجرا در موقعیت آموزشی بیان گردد. در راستای هویت‌سازی و رابطه‌سازی تلاش شده است تا عناصری که به آنها هویت بخشیده می‌شود قابل درک برای مخاطبان و در حوزه پداگوژی امروزی آموزش حل مسئله ریاضی در نظام آموزشی باشند. در نهایت باید افزود که با توجه به تاریخچه گفتمان‌ها که با پیشگامی پولیا و نگارش کتاب‌های او در دهه ۱۹۸۰ آغاز شده است زنجیره زمانی بروز و ظهور عناصر نیز مد نظر قرار گرفته است. بسیاری روش‌های فلسفی نظیر دیالکتیک پیشینه تاریخی و قدمت طولانی دارند اما تا پیش از نظریه پردازی دکارت به ارتباط آنها با حل مسئله ریاضی به صراحت پرداخته نشده است و ادعای آموزش آنها جهت بهبود وضعیت آموزش حل مسئله نیز بعداً توسط پولیا مطرح گردیده است.

یافته‌ها

در مدل‌های شناختی حل مسئله ریاضی فرآیندهای حل مسئله فهمیدن مسئله، طرح نقشه، اجرای نقشه، نگاه به عقب و تجدید نظر هستند. اصل اول مسئله فهمیدن مسئله است. در اینجا حل‌کننده مسئله

(۱۳۹۲) تأثیر تمرین فلسفه برافزایش توانایی حل مسئله ریاضی را بررسی کرده‌اند و آن را مثبت ارزیابی نموده‌اند. اصل مرز (۱۳۹۷) در پژوهشی نشان داده است که تمرین فلسفی علاوه بر تقویت تفکر، مهارت‌های شناختی و فراشناختی، تصویرسازی ذهنی، مزایای دیگری نیز دارد. پاسپیتاسری و سیف‌الدین (۲۰۱۹) حل مسئله منطقی در ریاضی را بررسی کرده‌اند و فعالیت‌های منطقی و فلسفی را بهبود دهنده حل مسئله اثباتی در ریاضی دانسته‌اند. چین و کلارک (۲۰۱۳) تأثیر روش استدلالی بر یادگیری ریاضی دانش‌آموزان را بررسی کرده‌اند و آن را مؤثر دانسته‌اند. پرسشی که این پژوهش حول آن شکل گرفته است این است که آشنایی با پژوهش‌های فلسفی چگونه توانسته‌اند در بهبود بخشیدن به فرآیند آموزش حل مسئله ریاضی مؤثر واقع شوند؟

روش

این پژوهش کیفی بود و روش این پژوهش تحلیل گفتمان بود. تحلیل گفتمان به سطوح و روابط متقابل بین آنها توجه دارد. گفتمان همه ابعاد یک ارتباط را مدنظر قرار می‌دهد؛ یعنی نه تنها محتوایان بلکه نویسنده آن (چه کسی می‌گوید؟)، امتدادان (برچه زمینه‌ای یا زمینه‌هایی؟) مخاطبان آن (برای چه کسانی؟) و هدفان (برای دستیابی به چه چیزی؟) مورد بررسی قرار می‌گیرند. (جوپ، ۱۹۹۶ به نقل از محمد پور، ۱۳۹۲) در اینجا گفتمان‌های محققین آموزش حل مسئله ریاضی در دو دهه اخیر و همچنین کتاب‌های پولیا و شونفیلد در دهه‌های گذشته به دلیل اهمیت و موارد استفاده فراوان بررسی شده است. همچنین آثار صاحب‌نظران روش‌های پژوهش فلسفی مورد توجه قرار گرفته‌اند. زمینه برخی از این گفتمان‌ها پژوهش فلسفی و برخی دیگر آموزش حل مسئله ریاضی بوده است. طراحی و انتخاب نمونه یکی از متعارف‌ترین و راهبردی‌ترین مشخصه‌های تحقیق است نمونه‌گیری این پژوهش از روش نمونه‌گیری با حداکثر تنوع یا ناهمگون است. هوارد بیکر (۱۹۹۸) به نقل از همان) در زمینه اهمیت نمونه‌گیری ناهمگون چنین می‌گوید: (می‌خواهیم جهان را با کلیت رویدادهای متناسب گزارش کنیم). در این راهبرد هدف استخراج و تشریح تم‌ها و مقولات محوری است که مجموعه ایده‌آلی از تنوع را در بر می‌گیرد. بنابراین جهت بررسی نظرات مربوط به استفاده از روش‌های فلسفی در آموزش حل مسئله ریاضی همه پژوهش‌های حاوی اشارات مستقیم و کتاب‌های در دسترس مورد بررسی قرار گرفتند. در اثنای بررسی اسنادی پدیدار گشتند که تنها اشارات

کدیور و کرمی نوری، ۱۳۹۴). دارش، شاهی و رضوی (۱۳۹۷) اظهار می‌دارند که شایع‌ترین راهبردهای شناختی حل مسئله شامل: حدس زدن و آزمایش کردن، ساختن یک لیست منظم، الگو سازی، برآورد کردن، زیر مسئله سازی، وارونه کار کردن، ساخت یک جدول و استدلال منطقی هستند. سیاهه‌های مفصلی از مهارت‌های شناختی لازم برای حل مسئله و بویژه حل مسئله ریاضی تدوین شده‌اند. مهمترین آنها به این شرح است: اندیشه‌ورزی، آموزش تفکر، بهبود توانایی‌های تعقل (رشد عقلی) و استدلال مفهومی، طبقه‌بندی، کشف روابط، پرورش تفکر انتقادی، درک نظری و عملی فرآیند حل مسئله. مهارت‌های شناختی در صورت بکارگیری راهبردهای شناختی خوانده می‌شوند. راهبرد شناختی اغلب ترکیبی از چند مهارت است. برنجکار، احقر و انصاریان (۱۳۹۷) راهبردهای شناختی را ذیل سه عنوان جمع‌بندی کرده‌اند: راهبرد تکرار و مرور، راهبرد بسط و گسترش معنایی، راهبرد سازماندهی.

باید به پرسش‌های زیر پاسخ دقیق و درست بدهد تا وارد فرآیند حل مسئله شود: آیا معنای همه کلمات بکار رفته در صورت مسئله را می‌فهمید؟ مسئله از شما خواسته چه چیزی را بیابید یا نشان دهید؟ آیا می‌توانید صورت مسئله را به زبان خودتان بیان کنید یا می‌توانید شکل یا دیاگرامی که به فهم مسئله کمک کند رسم کنید؟ آیا اطلاعات کافی برای پیدا کردن خواسته مسئله در آن وجود دارد؟ (جیکوبز، مارتین، امبروس و راندولف، ۲۰۱۴) در مدل‌های شناختی حل مسئله ریاضی، نظیر مدل پولیا، فرآیندهای حل مسئله عبارتند از: فهمیدن مسئله، طرح نقشه، اجرای نقشه، نگاه به عقب و تجدید نظر. در مدل مایر (مایر، ۲۰۰۳) مدل رویبر و گارفولی (۲۰۰۳) جیتندرا و استار (۲۰۰۹) که مدل‌های مبتنی بر طرحواره نامیده می‌شوند و بر درک و پردازش ساختار معنایی متن مسئله تأکید دارند، مسئله‌ها از طریق دو فرآیند فهمیدن مسئله و تشکیل بازنمایی از آن، جستجوی فضای مسئله در حافظه و پیدا کردن راه حل، حل می‌شوند (کریمی، مرادی،

جدول ۱. مهارت‌های مورد نیاز در مدل‌های شناختی حل مسئله و روش‌های پژوهش فلسفی

مراحل مدل شناختی حل مسئله	مهارت‌های شناختی مورد نیاز مشترک	روش‌های پژوهش فلسفی
درک و فهم	خواندن، فهم و تفسیر متن (مسئله) درک درست اجزا و شرایط، جداسازی مفروضات مسئله و شرایط پاسخ، درک و فهم و برجسته سازی نکات مهم، طبقه‌بندی سازماندهی مفروضات، اندیشه‌ورزی، کشف روابط، تفکر منطقی	هرمنوتیک، پدیدارشناسی، فلسفه برای کودکان
طرح‌ریزی و آماده‌سازی نقشه	سازماندهی، درک نظری و عملی فرآیند حل مسئله	روش قیاسی، دیالکتیک، ساخت شکنی
اجرای طرح و نقشه (محاسبات، ارائه برهان)	بسط و گسترش معنایی، ارزیابی فرآیندها، یادگیری پایدار، اندیشه‌ورزی، تفکر انتقادی، ایجاد نقشه مفهومی	دیالکتیک، روش قیاسی
بازگشت به عقب و بازنگری		پدیدارشناسی، تبارشناسی، فلسفه برای کودکان

جدول ۲. فعالیت‌های شناختی قابل تمرین و یادگیری در روش‌های پژوهش فلسفی

روش‌ها	فعالیت‌های شناختی
روش هرمنوتیک، پدیدارشناسی،	قرائت و تفسیر و تحلیل مسئله، درک و فهم شرایط و خواسته مسئله، پیراستن دایره تعاریف و مفاهیم مسئله، بسط و گسترش مفاهیم مسئله، تسلط بر چرخه فهم و درک بصورت آگاهانه
ساخت شکنی	تجزیه مفاهیم و فرآیندهای مسئله، بازارایی عناصر مسئله و بخشیدن شکل جدید به ساختارها، درک و فهم خواص جدید ساختارها پس از بازارایی، درک مفاهیم حاشیه‌ای و مفاهیم حاضر در متن
روش دیالکتیک	جداسازی عناصر حاضر در فرآیند بررسی مسئله، ارائه انواع گزاره‌ها در قالب تز، انتی تز و سنتز جهت فرآیند حل مسئله، توانایی درک حرکت رو به جلو در جهت حل مسئله و همچنین حرکت در جهت عکس برای رسیدن به درک و فهم
روش قیاسی	تفکر منطقی و اصل موضوعی، دنبال کردن مراحل استدلال، یافتن اشکالات ممکن در روند استدلال
روش فلسفه برای کودکان	قرائت و فهم مسئله، بیان مسئله با زبان خود و ارائه نظرات و ایده‌ها در گروه پژوهشی، بررسی همه پاسخ‌های ممکن و غیر ممکن، انتخاب از میان پاسخ‌های درست موجود

سؤال، بی‌دقتی و جواب‌دادن براساس حدس و گمان بوده‌اند. اولین مواجهه حل‌کننده با مسئله ریاضی، فهمیدن مسئله است. در اینجا حل‌کننده مسئله باید به پرسش‌های زیر پاسخ دقیق و درست بدهد تا وارد فرآیند حل مسئله شود: ۱. آیا معنای همه کلمات بکار رفته در صورت

سریا و رهايا (۲۰۱۷) در پژوهشی نشان دادند که بیش از نیمی از دانش‌آموزان مورد مطالعه دچار خطای در مفهوم‌های صورت مسئله شده‌اند. مهمترین علل ارائه شده برای این خطاها عبارتند از: عدم فهم، فراموش کردن رویه حل مسئله، ناتوانی در فهم کامل اطلاعات

واژه‌های سازنده آن قابل فهم است. فهم در مقام انطباق پیوسته این دو روی می‌دهد. به باور شلاپرماخر این دور در مسائل مربوط به فهم اجتناب‌ناپذیر است و این دیدگاهی است که در هرمنوتیک قرن بیستم نیز باقی مانده است (نوبائتر، ویتکوپ و وارپو، ۲۰۱۹).

گاهی اوقات در جریان فهم و درک مسئله ریاضی لازم است تا حل‌کنندگان عناصر جدیدی از آموخته‌های قبلی خود به عنوان کمک‌کننده به راه‌حل یا اثبات بیفزایند؛ مانند اینکه یک میانه یا عمود منصف در یک شکل رسم کنند یا یک گزاره هم‌ارز در مسائل دیفرانسیل بیفزایند. این تکمیل مواد تازه‌ای به همراه دارد که به فهم مسئله کمک می‌کند و گام مهمی در سازمان دهیان به شمار می‌رود. با وجود این گاهی می‌توان در سازمان‌دهی حل به نتیجه رسید بدون اینکه مصالح تازه‌ای به آن اضافه کنیم. در این حالت تنها با تغییر در نظم عناصر موجود از راه مطالعه روابط بین آنها در موضع‌گیری تازه‌ای که دارند یا از طریق جابجا کردن یا تجدید گروه‌بندی آنها می‌توان به نتیجه دلخواه رسید. با تجدید گروه‌بندی عنصرها در واقع ((ساختار)) درک خود را از مسئله تغییر می‌دهیم. به این ترتیب تجدید گروه‌بندی یعنی تغییر ساختار ممکن است تکیه‌گاه ما را در مورد درک مسئله تغییر دهد. در اینجا گذشته از بررسی اجزا و حرکت از اجزا به سمت کلیت فرآیند پیدا کردن پاسخ، می‌توان به بازآرایی اجزا و شکل گرفتن ساختار جدیدی از مسئله در ذهن حل‌کننده اشاره کرد که شباهت فراوانی با ساخت شکنی در پژوهش‌های فلسفی دارد. ساخت شکنی را به معنای تحقیق و زیر و رو کردن همه مفروضات دانسته‌اند که به قصد اکتشاف و آگاهی پیدا کردن از روابط باشد همان‌گونه که از نظریات دریدا برداشت می‌شود این امر مستلزم گشودگی به سوی موضوع و طلب پاسخی است که الزاماً مورد انتظار فرد نیست. پرسشگری به وسیله فرآیند تعویق داوری یا معوق گذاشتن پیش داوری‌ها انجام می‌شود و همواره با طرح پرسش محتوای جدیدی را خلق می‌کند. (نورانی، سرمدی و ابراهیم‌زاده، ۱۳۹۳) گاهی تحلیل‌های ساخت‌شکنا بر روی می‌کنند که چگونه اصول فروداشته شده و به حاشیه رانده شده در کسوت‌هایی جدید باز می‌گردند (بالکین، ۲۰۱۰). چنین به نظر می‌آید که ساخت‌شکنی یکی از مهمترین رویکردهایی است که برای برهم زدن ارتباط‌های یکسویه و به وجود آوردن شکل نوینی از روابط و نقش‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد (یوسفی، ضرغامی، قائدی و محمودنیا، ۱۳۹۴).

مسئله را می‌فهمید؟ ۲. مسئله از شما خواسته چه چیز را بیاید یا نشان دهید؟ ۳. آیا می‌توانید صورت مسئله را به زبان خودتان بیان کنید؟ ۴. آیا می‌توانید شکل یا دیاگرامی که به فهم مسئله کمک کند رسم کنید؟ ۵. آیا اطلاعات کافی برای پیدا کردن خواسته مسئله در آن وجود دارد؟ (جیکوبز و هارسکمپ، ۲۰۱۲) فهمیدن و درک مسئله نشانه‌هایی دارد از جمله اینکه یادگیرنده وقتی مسئله را فهمیده باشد می‌تواند در موردان حدس‌هایی بزند، مجهول‌ها و معلوم‌ها را تشخیص دهد و با بیان خود شرط را روشن کند. اگر آنها بتوانند دانسته و فهمیده این کار را انجام دهند آن وقت می‌توانند به اصل کار پردازند. کسینانی و زارعی (۱۳۹۸) خاطر نشان کرده‌اند که پیشرفت در مهارت درک و فهم مسئله در هنگام خواندن به پیشرفت در حل کردن تمرینات ریاضی می‌انجامد.

یادگیرنده باید دانش لازم برای فهمیدن مسئله را هم داشته باشد. آنچه منجر به فهم مسئله می‌شود وجود دانش مورد نیازی است که بدونان درک و فهم و حل مسئله ناممکن می‌شود. این فهم اولیه رخ می‌دهد و در ادامه فرآیند حل مسئله خواص جدیدی به مفاهیم اولیه ذهنی دانش‌آموز افزوده خواهد شد. از دانش‌آموز توقع می‌رود که در حل مسائل بعدی قادر به شناسایی مسائل قبلی باشد که شباهت‌هایی با مسئله پیش‌رو دارند. این چرخه نسبت به مسائل قبلی و مواجهات بعدی دائم رخ می‌دهد. روند حل مسئله نزد حل‌کنندگان بستگی جدی به این دارد که بتوانند بین مسئله و عنصرهای لازمی از دانش خود که از قبل ذخیره دارند رابطه مناسبی برقرار کنند. آنها زمانی که در تلاشند تا مسئله را به صورت دیگری که برای حل مناسب‌تر باشد درآورند، در واقع در تعقیب یافتن همین رابطه هستند، نقطه آغازین حرکت آنها خود مسئله است. آنها در تلاشند از درون مسئله را مطالعه کنند (پولیا، ۱۳۹۴) چنین تلقی از درک و فهم در حل مسئله‌ها و پژوهش‌های فلسفی و در قالب روش‌ها بسیار رایج است. هرمنوتیک نظریه عمل فهم است در جریان روابطش با تفسیر متون است (ریکور، ۱۳۸۵) امار برای ما مثالی است مفید که بر پایه آن روشن می‌شود که چگونه ساحت هرمنوتیکی شیوه کار علم ریاضی را به تمامی می‌پوشاند (قاسمی، تقی‌نژاد، کبیری و ایمانی، ۲۰۱۱). گذشته از این دور معروف به دور هرمنوتیکی جریان فهم یک مسئله را توضیح می‌دهد: در یک چیز جزء در چهارچوب کل فهمیده می‌شود و بر عکس؛ مثلاً معنای یک واژه به اعتبار جمله‌ای که واژه جزئی از آن است فهمیده می‌شود و آن جمله نیز تنها به اعتبار

در پژوهش فلسفی به مثابه فلسفیدن، دیالکتیک یعنی علم قوانین بسیار عمومی که بر گسترش و تکامل طبیعت، جامعه و فکر حاکم است. دیالکتیک تنشی در یک نظام است. فرآیندی که به وسیله آن تغییراتی بر اساس همان نقش و تضادهای حاصله رخ می‌دهد. بنابراین می‌توان دیالکتیک را حرکت یک کل در اثر، تحت تأثیر یا همراه تقابل عناصر یا اجزای آن تعریف کرد (محمودی، ۱۳۷۹). دیالکتیک به معنای تعامل امور متضاد موجود در یک کلیت واحد، کلیتی که خود بر ساخته پویای این متضادهاست، به یونان باستان برمی‌گردد. در این روش شخص الف، گزاره A را مطرح می‌کند، شخص ب، با نفی بخشی از A (و نه نفی مطلق A)، گزاره B یا همان «جزء A» را برابر A می‌نهد. سپس الف با هضم و جذب «جزء A»، C را بر می‌نهد. به بیان دیگر، الف تری را مطرح می‌کند، ب آنتی تری یا تر مخالف آن را عرضه می‌کند و سپس الف (ب یا پ و یا...) قادر است از این تر و آنتی تر، سنتزی پیش نهد. سنتز به معنای تألیف یا ترکیب، دربرگیرنده تضادهای ترهای قبلی است. اکنون خود این سنتز در حکم تری است که از دل آن آنتی تر در می‌آید. این فرآیند همین‌طور ادامه می‌یابد و تضادها، همچنان که از دل هم فرا می‌آیند و همه را نفی می‌کنند، در سطحی برتر هضم و جذب می‌شوند. این وجه منطقی دیالکتیک است و بحث یا جدل از همین منطق پیروی می‌کند (رنو، ادورنو، هورکهایمر و ماکس، ۱۳۸۵). در آموزش حل مسائل اثباتی اغلب فقط تکیه بر به خاطر سپردن روند اثبات است. ازین ظرفیت به خوبی می‌توان در آموزش حل مسائل اثباتی استفاده کرد.

بحث و نتیجه‌گیری

عطارخامنه و سیف (۱۳۸۸) راهبردهای یادگیری را با دو اصطلاح راهبردهای شناختی و فراشناختی معرفی کرده‌اند. در این راستا یادگیرندگان ماهر راهبردهای شناختی را که شامل تکرار یا مرور، بسط یا گسترش معنایی و سازمان دهی به خدمت می‌گیرند تا به پیشرفت شناختی دست یابند و از راهبردهای فراشناختی که شامل برنامه‌ریزی، نظارت و نظم‌دهی استفاده می‌کنند تا بر آن پیشرفت نظارت و کنترل داشته باشند. بررسی گفتمان‌های مطالعه شده در این پژوهش نشان می‌دهد که مؤلفه‌های یادگیری شناختی در آموزش حل مسئله ریاضی مؤثرترین مؤلفه‌ها قلمداد شده‌اند. در پژوهش فلسفی مؤلفه‌های شناختی مورد توجه‌اند و فعالیت‌ها برای تقویت این عناصر طراحی می‌گردند. از مهمترین عناصر شناختی می‌توان از کشف روابط، بهبود توانایی تعقل، آموزش تفکر، طبقه‌بندی،

پیدا کردن پاسخ پرسش‌های زیر در هر مسئله ریاضی ضروریست: آیا امکان برقراری شرط وجود دارد؟ آیا شروط مسئله برای پیدا کردن مجهول کافی است؟ آیا شرط چیزی کم دارد و یا برعکس انقدر شامل موارد فراوانی است که باید دست به انتخاب از بین آنها زد (گورت، ۲۰۱۸) چنین بنظر می‌رسد که حل‌کنندگان بجای حل یک مسئله در ریاضی مشغول حل کردن یک مسئله به روش فلسفی استنتاجی هستند. قرن‌ها ریاضیات به عنوان مهمترین درس برای کسب مهارت ((استدلال)) تلقی می‌شد. متعارف‌ترین پاسخ مردمی به این پرسش که چرا اینهمه ریاضیات در مدرسه تدریس می‌شود این بوده و هنوز این است که ریاضیات به شما مهارت‌های تفکر را می‌آموزد. همچنان که ویوس گفت: ریاضیات درسی برای نمایش قدرت ذهن است (الجباری و قیث، ۲۰۱۵).

تنظیم طرح برای حل مسئله و تحقیقان در یک حرکت رفت و برگشت اتفاق می‌افتد. طراحی حل مسئله را از مجهول آغاز می‌کنیم و آن را در شرط به پایان می‌رسانیم. ولی برای عملی کردن طرح برعکس از داده‌ها به سمت خواسته می‌رویم. هندسه دان‌های یونانی این روش را تجزیه می‌نامیدند که به مفهوم حل از پایان به آغاز است. اگر در جهت عکس یعنی از موضوع‌هایی که در اختیار داریم به طرف هدف حرکت کنیم روش حل را که در مقابل روش قبلی قرار دارد تنظیم طرح در جهت مستقیم یا حرکت از آغاز به پایان یا سنتز گویند (پولیا، ۱۳۹۴) اکتشاف ریاضی روندی دیالکتیکی دارد؛ به عبارت دیگر، اکتشاف ریاضی با حرکت یگراست از اصول به سمت قضایا حاصل نمی‌شود بلکه فرآیندی است که با آزمون و خطا راه خود را می‌یابد. برهان‌های ریاضی عمدتاً در آغاز غلط یا ناقص هستند. به تدریج مفروضات نهفته و استدلال‌های آنها مورد نقد قرار می‌گیرند. در صورتی که راه‌حلی برای رفع این انتقادات وجود داشته باشد برهان تکامل می‌یابد، و اگر نه برهان اصلاح یا به کلی کنار گذاشته می‌شود. لاکاتوش به ریاضی‌دانان پیشنهاد می‌کند دو کار متناقض را باهم انجام دهند. حدس‌ها را اثبات کنند و سپس در رد آنها بکوشند. از نظر او نه اثبات برهان‌ها قاطع هستند و نه مثال‌های نقض به کلی قضیه را منتفی می‌کنند. این رویکردی تکاملی به نحوه کسب معرفت ریاضی است. به این معنی که ما حقایق را توسط سلسله‌ای از برهان‌ها و ردهای پیاپی و به تدریج به دست می‌یابیم (سیاوشی، ۱۳۸۹).

بر آموزش محاسبات و فرآیندهای فرمول‌مند به آموزش حل مسئله توجه ویژه‌تری بنمایند و از این ظرفیت آموزش حل مسئله به روش پژوهش فلسفی سود جویند. ارائه مطالبی با روش پژوهش فلسفی و با محتوای ماهیت ریاضی، روش‌های حل مسئله کلی، استراتژی‌های مسائل اثباتی و استدلالی و یا سایر استراتژی‌ها نظیر رسم‌شکل، زیر مسئله و...، گسترش و تعمیق مفاهیم انتزاعی ریاضیاتی بسیار ضروری و سودمند و بهبود دهنده در آموزش حل مسئله خواهند بود.

در جریان تحلیل و بررسی‌های این پژوهش مشخص شد که سایر پژوهش‌ها هر یک بخشی از مؤلفه‌های شناختی حاضر در پژوهش فلسفی را مورد بررسی قرار داده‌اند. بنابراین جمع‌آوری همه مؤلفه‌ها و استخراج نتیجه کلی از آنها به منظور فراهم آوردن مبنای نظری جهت استفاده از نتایج در کلاس درس و توسط آموزشگران با دشواری و محدودیت مواجه بود.

منابع

- ارین‌نژاد، مسعود (۱۳۹۵). کودکان، ریاضیات و فلسفه. نشریه ریاضی و جامعه دانشگاه اصفهان، (۳)، ۱-۵.
- اسدی گرماروردی، جعفر (۱۳۸۹). مسئله پولیا. فصلنامه آموزش ریاضی، (۲)، ۲۸-۴.
- اسمیت، جان (۱۳۹۷). آب بابا/افلاطون. ترجمه مجید کمالی. و هاجر هاشم زاده. تهران: نقد فرهنگ (۲۰۱۸).
- اصل‌مرز، فریبرز (۱۳۹۸). طراحی و آزمون برنامه آموزش فلسفه برای والدین و اثربخشیان با برنامه آموزش فلسفه برای کودکان در جهت گیری هدفی دانش‌آموزان دختر پایه ششم ابتدایی. مجله علوم روانشناختی، (۸۳)، ۲۱۴۹-۲۱۶۷.
- باقری، خسرو؛ توسلی، طیبه و سجادیه، نرگس (۱۳۸۹). رویکردها و روش‌های پژوهش در فلسفه‌تعلیم و تربیت. تهران: انتشارات پژوهشکده مطالعات فرهنگی.
- بالکین، جی‌ام (۱۳۹۷). ساختار شکنی. ترجمه: حسین خواجه محمود اباد. تهران: انتشارات ترجمان (۲۰۱۰).
- برنجکار، میلاد؛ احقر، قدسی و انصاریان، فهیمه (۱۳۹۷). اثربخشی آموزش فلسفه به کودکان بر راهبردهای یادگیری دانش‌آموزان و پایداریان در طول زمان. تفکر و کودک، (۱)، ۹۵-۷۳.
- پولیا، جرج (۱۳۹۲). چگونه مسئله حل کنیم؟. ترجمه احمد ارام. تهران: انتشارات کیهان.
- پولیا، جرج (۱۳۹۴). خلاقیت ریاضی. جلد اول و دوم، ترجمه پرویز شهریاری. تهران: انتشارات فاطمی.

پرورش تفکر انتقادی، استدلال مفهومی، نام برد. کنعانی هرندی، نوریان، نوروزی و عبایی کوبایی (۱۳۹۷) نیز در پژوهش خود نشان داده بودند که مهارت‌های شناختی شامل همین مهارت هاست و پژوهش فلسفی این مهارت‌ها را تقویت می‌کند. هدف این پژوهش شفاف‌سازی تأثیر‌گذاری عناصر شناختی که به واسطه پژوهش فلسفی تقویت می‌شوند بر بهبود آموزش حل مسئله ریاضی است. نتیجه تحلیل گفتمان‌های حاوی آموزش حل مسئله ریاضی نشان می‌دهد که هرگاه یادگیرندگان حل مسئله ریاضی بخواهند تحولی در یادگیری خود ایجاد کنند باید متوجه عناصر شناختی خود در حل مسئله گردند. روش‌های پژوهش فلسفی ظرفیت مناسبی برای آشنایی با عناصر شناختی دارند. انجام دادن تمرین به روش پژوهش فلسفی به مهارت یافتن و عملی شدن راهبردهای شناختی می‌انجامد. این عملی شدن و بکارگیری مهارت‌هاست که افراد را قادر می‌سازد تا در مواجهه با حل مسئله ریاضی نیز این مهارت‌ها را بکار بگیرند زیرا بر اثر تمرین آموخته‌اند که در مواجهه با مسئله به تفکیک اطلاعات مسئله، بازیابی دانش موجود در حافظه و یافتن شباهت و تفاوت‌های مسئله با مسائلی که قبلاً با آن روبرو شده‌اند، پردازند. این نقطه‌قوتی برای آموزشگران حل مسئله ریاضی خواهد بود که از ظرفیت پژوهش فلسفی برای آموختن مهارت‌های شناختی استفاده کنند. نتایج این پژوهش با پژوهش دارش، شاهی و رضوی (۱۳۹۶) همسو است. آنها نشان داده‌اند که روش حل مسئله شناختی پولیا تأثیر مثبتی بر توانایی حل مسئله دانش‌آموزان دارد. همچنین دلای و روحیما (۲۰۱۸) این نتیجه را تأیید کرده‌اند. کندی (۲۰۰۷)، لفورچنه، دنیل، مونگه و پالاسیکو (۲۰۰۳)، آرینا‌نژاد، (۱۳۹۵)، نوری، فیاض و سیف (۱۳۹۲)، اسمیت (۲۰۱۰) کندی (۲۰۱۲) و سیمزبریچ، استون و ویلکنز (۲۰۱۵) همگی تأثیر مثبت تمرین به شیوه روش پژوهش فلسفی بر پیشرفت حل مسئله ریاضی را تأیید کرده‌اند. نتایج بررسی‌های این پژوهش با آنچه گویا (۱۳۸۰) مطرح کرده‌اند همسو است. نکاتی که این پژوهش به نتایج قبلی می‌افزاید عبارتست از اینکه روش پژوهش فلسفی، باورها و جهان بینی دانش‌آموزان که بر تصمیم‌گیری‌های حل مسئله ریاضی تأثیر می‌گذارد را دگرگون، آگاهانه و سنجیده می‌سازد. پژوهش فلسفی فرصتی فراهم می‌کند که دیدگاه دانش‌آموزان نسبت به مدرسه و یادگیری در حالت کلی، ماهیت ریاضیات، یادگیری ریاضی، یک تکلیف خاص و توانایی‌های ریاضی خود فرد قدرتمند گردد. بجاست که پیشنهاد کنیم آموزشگران ریاضی به جای تمرکز

- دارش، نسرن؛ شاهی، سکینه و رضوی، سید عباس (۱۳۹۷). تأثیر آموزش ریاضی به روش جرج پولیا بر مهارت حل مسئله و پیشرفت تحصیلی ریاضی دانش آموزان، مجله دست‌آوردهای روانشناختی، ۴(۲۵)، ۱۸۱-۲۰۰.
- راسخی، فروزان (۱۳۹۱). فهم درست جایگاه پرسش فلسفی در فرهنگ بشری. مجله جستارهای فلسفی، ۲۲، ۲۲-۵.
- رنو، ادورنو و هورکهایمر، ماکس (۱۳۸۴) دیالکتیک روشنگری. ترجمه مراد فرهادپور. مهرگان، امید. تهران: گام نو.
- ریحانی، ابراهیم؛ احمدی، غلامعلی و کرمی‌زرنندی، زهرا (۱۳۸۹). بررسی تطبیقی آموزش فرآیند حل مسئله در برنامه درسی ریاضی دوره متوسطه کشورهای امریکا، استرالیا، ژاپن، سنگاپور. فصلنامه تعلیم و تربیت، ۱۱۵، ۱۳۰-۱۰۵.
- ریکور، پل (۱۳۸۵). استعاره و هرمونوتیک، ترجمه بهرامی‌راد، حمید، اطلاعات حکمت و معرفت، ۵، ۱۳۲-۱۲۹.
- زرنندی کرمی، زهرا؛ ریحانی، ابراهیم و احمدی، غلامعلی (۱۳۸۹). حل مسئله در کلاس‌های درس ریاضی ژاپن. مدارس کارآمد، ۹(۱)، ۳۸-۵۱.
- سیاوشی، احسان (۱۳۸۹). فلسفه ریاضی لاکاتوش. نشریه فرهنگ و اندیشه ریاضی، ۷۸(۲)، ۹۸-۴۵.
- شکری، زینب؛ دانایی فرد، زینب؛ خیرگو، منصور و فانی، علی‌اصغر (۱۳۹۷). چگونگی ارزشیابی کیفیت خط مشی‌های عمومی در ایران: پژوهشی اکتشافی مبتنی بر روش‌شناسی ترکیبی. مدیریت سازمان‌های دولتی، ۶(۲)، ۹۴-۷۹.
- طاهرزاده بروجنی، نسترن و ربیعی، مهدی (۱۳۹۰). مروری بر حل مسئله ریاضی در دوره ابتدایی، فصل‌نامه آموزش ریاضی، ۳۳(۴)، ۳۸-۲۸.
- عطار خامنه، فاطمه و سیف، علی اکبر (۱۳۸۸). تأثیر آموزش راهبردهای یادگیری مطالعه فراشناختی بر انگیزش و پیشرفت تحصیلی دانش آموزان، مجله مطالعات تربیتی روانشناسی، ۶(۹)، ۵۷-۴۲.
- فیشر، رابرت (۱۳۸۹). آموزش تفکر. ترجمه سرمدی، غلامعلی. تهران: انتشارات گاج.
- محمودی، سید علی (۱۳۷۹). روش‌شناسی در علم سیاست و فلسفه سیاسی، روش ارسطویی، دیالکتیک سقراطی، گفت‌مان فرانوگرایی. مجله سیاسی اقتصادی، ۸۵(۱۵۴)، ۷۶-۱۳.
- کریمی، فرهاد؛ مرادی، علیرضا؛ کدیور، پروین و کرمی‌نوری، رضا (۱۳۹۴). پیش‌بینی عملکرد دانش آموزان در حل مسئله‌های کلامی ریاضی با توجه به متغیرهای شناختی، فراشناختی و عاطفی. فصلنامه تعلیم و تربیت، ۳۱(۱)، ۴۴-۹.
- کنعانی هرنندی، ستاره؛ نوریان، محمد؛ نوروزی، داریوش و عبایی کوبایی، محمود (۱۳۹۷). الگوی برنامه درسی آموزش فلسفه برای کودکان بر اساس نتایج تحقیقات مرتبط. مجله تفکر و کودک، ۹(۲)، ۱۵۱-۱۲۱.
- گویا، زهرا (۱۳۸۰). اینهمه هیاهو برای فراشناخت چیست؟. فصلنامه آموزش ریاضی، ۶۹(۱۷-۱۳).
- محمدپور، احمد. (۱۳۹۲). روش تحقیق کیفی، ضد روش. تهران: انتشارات جامعه‌شناسان.
- مصر ابادی، جواد و عرفانی اداب، الهام (۱۳۹۴). فرا تحلیل روابط راهبردهای یادگیری و عملکرد حل مسئله ریاضی. فصلنامه نوآوری‌های آموزشی، ۱۴(۵۳)، ۷۲-۵۳.
- منصور بخت، قباد (۱۳۸۷). مسئله تحقیق، مسئله اصلی تحقیق. (تاملی روش شناختی در مفاهیم بنیادین تحقیق). پژوهشنامه علوم انسانی، ۱۹۴، ۸۵-۱۶۹.
- نورانی، خدیجه؛ سرمدی، محمدرضا و ابراهیم‌زاده، عیسی (۱۳۹۳). دلالت‌های آموزشی ایده ساختارشنکی دریدا در آموزش مجازی، پژوهش در یادگیری آموزشگاهی، ۴(۴)، ۶۸-۵۵.
- نوری، سوده؛ فیاض، ایراندخت و سیف، اصغر (۱۳۹۲). تأثیر ذهنیت فلسفی بر توانایی حل مسئله ریاضی دانش آموزان سال سوم راهنمایی شهر همدان به تفکیک جنسیت. تفکر و کودک، ۴(۱)، ۱۴۰-۱۲۱.
- ویتگنشتاین، لودویگ (۱۳۸۸). کتاب‌های ابی و قهوه‌ای. ترجمه ایرج قانونی. تهران: نشر نی.
- هینز، جوانا؛ کندی، دیوید و وایت، دیوید (۱۳۸۹). فیلسوفان کوچک. ترجمه یحیی قانندی. تهران: نشر ایژ.
- یحیایی ایل ای، احمد (۱۳۹۰). تحلیل گفت‌مان چیست؟. مجله تحقیقات روابط عمومی، ۱۰(۵۸)، ۶۴-۵۸.
- یوسفی، مهدی؛ ضرغامی همراه، سعید؛ قانندی، یحیی و محمود نیا، علیرضا (۱۳۹۴). ساخت شنکی رابطه سلسله مراتبی معلم و دانش آموز با توجه به اندیشه‌های ژاک دریدا. مجله نوآوری‌های آموزشی، ۳۷(۵۵)، ۵۲-۱۴.
- Andersson, U& Lyxell, B. (2007). Working memory deficit in children with mathematical difficulties: a general or specific deficit?. Journal Of Exceptional Children Psychology, 96(3), 197-228.
- Aljabari, N.& Gheith, A. (2015). University students' level of metacognitive thinking and their ability to solve problems, American International Journal of Contemporary Research, 5(3), 121-134.
- Bryant, D. P. (2009,1129).LD Online.org. Retrieved from <http://www.ldonline.org/article/34659/>
- Chapman, O. (2005) Constructing pedagogical knowledge of problem solving:preservice mathematics teachers. Proceedings of the 29th Conference of the

- Lafurture, L., Daniel, M.F., Mongeau, P., Pallascio, R. (2003). Philosophy for children adapted to mathematics: a study of its impact on the evolution of affective. *Analytic Teaching*, 23(1), 10-14.
- Minh Dong, T. & Mong Bao, P. (2017) Vietnamese students' problem-solving skills in learning about error of measurements. *International Electronic Journal Of Mathematics Education*, 12(3), 463-474. Retrieved from <https://www.iejme.com/article/vietnamese-students-problem-solving-skills-in-learning-about-error-of-measurements>
- Nicolescu, B.N., Peterscu, T. (2015). On the continuity mathematics curriculum between Primary and secondary school. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 180, 871 – 877.
- Osman, P., Che yang, C., Saleh Abu, M. (2018) Enhancing students' mathematical problem-solving skills through Bar model visualisation technique. *International Electronic Journal Of Mathematics Education*, 13(3), 273-279. Retrieved from: <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>
- Puspitasari, L., Syaifuddin, M. (2019) Analysis of students' creative thinking in solving arithmetic problems. *International Electronic Journal Of Mathematics Education*, 14(1), 49-60, Retrieved from: <https://doi.org/10.12973/iejme/3962>
- Suastika, K. (2017). Mathematics learning model of open problem solving to develop students' creativity. *Journal of mathematics education*, 12(3), 569-577.
- Surya, E., & Rahayu, R. (2017). Improving communication ability and solving mathematical problems of AR-Rahman percut middle school students through STAD type cooperative learning. *Journal of Mathematics Education*, 7(1), 24-34.
- Neubauer, B. E., Witcop, C. T., Varpio, L. (2019). How phenomenology can help us learn from the experiences of others, *Perspect Med Educ*, 8, 90-97.
- International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2, 225-232.
- Chin, C. & Clark, D. B. (2013). Learning through collaborative argumentation. *International Handbook Of Collaborative Learning*. New York: Tylor & Francis, 314-322.
- Cimbricz, S. K., Stoll, D. M., Wilkens, C. P. (2015). Developing mathematical thinking in the 21st century. *NYSUT's Journal Of Best Practices in Education*, 5, 12-22.
- Daulay, K. R. & Ruhaimah, I. (2018). Polya theory to improve problem-solving skills. *IOP Conf. Series Journal of physics: Conf. Series* 1188(2019)01207.
- Ernest, P. (2012). What is first philosophy in mathematics education. *The Philosophy of Mathematics Education Journal*, 23.
- Gurat, M. (2018.) Mathematical problem-solving strategies among student teachers. *ERIES Journal*, 11, 53-64.
- Golnabi, L. (2015) The Conditions of flow and mathematical problem solving. *Philosophy Of Mathematics Education Journal*, 29.
- Foster, C., Wake, G., Swan, M. (2014). Mathematical knowledge for teaching problem solving: lessons from lesson study. In: 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th Conference of the North American Chapter of the Psychology of Mathematics Education. July 2014. Vancouver, Canada. 15-20
- Ghasemi, A., Taghinejad, M., Kabiri, A., Imani, M. (2011). Ricoeur's theory of interpretation: a method for understanding text (course text). *World Applied Sciences Journal*, 15 (11), 1623-1629.
- Hasibuan, A. M., Saragih, S., Amry, Z. (2017). Development of learning materials based on realistic mathematics education to improve problem solving ability and student learning independence. *International electronic journal of mathematics education*, 14(1), 243-252, Retrieved from <https://doi.org/10.29333/iejme/4000>
- Jacobs, V. R., Martin, H. A., Ambrose, R. C., Randolph A. (2014) Warning signs. *teaching children mathematics*, 21(2), 107-113
- Jacobse, A. E. & Harskamp, E. G. (2012). Towards efficient measurement of metacognition in mathematical problem solving. *Metacognition and Learning*, 7(2), 133-149.
- Jones, I., Swan, M., Pollitt, A. (2014). Assessing mathematical problem solving using comparative judgement. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13 (1). 151-177.
- Kennedy, N. S. (2007). From philosophical to mathematical inquiry in the classroom. *childhood & philosophy*, 3(6), 289-311
- Kennedy, D. (2012) Lipman, Dewey, and the Community of Philosophical Inquiry. *Educational And Culture*, 28(2), 36-53, DOI: 10.1353/eac.2012.0009.